#  Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение

# « Каршинская средняя общеобразовательная школа»

# МО «Акушинский район»

ПЛАН-КОНСПЕКТ

ОТКРЫТОГО УРОКА НА ТЕМУ:

  **«Арифметическая прогрессия. Формула n-го**

**члена арифметической прогрессии. Применение**

**изучаемой темы к решению текстовых и**

**геометрических задач в формате ЕГЭ»**

## Выполнила учитель математики

## Ахмедова Узлипат Джалалудиновна

Акуша,2017г.

**Тема урока.**             **«Арифметическая прогрессия. Формула n-го**

**члена арифметической прогрессии. Применение**

**изучаемой темы к решению текстовых и**

**геометрических задач в формате ЕГЭ»**

 **Учитель математики –Ахмедова Узлипат Джалалудиновна.**

 **Тип урока:**          урок изучения нового материала

 **Оборудование:** - компьютер, интерактивная доска, проектор;

                             - презентация;

                             - распечатки с текстами задач.

 **Цели урока:**

 *образовательные:*       -  выявить степень сформированности знаний

                                         и  умений учащихся по теме

                                         «Последовательности» на уровне

                                         применения (задание последовательности;

                                         перечисление членов последовательности;

                                         использование формулы n-го члена и

                                         рекуррентной формулы для нахождения

                                         любого члена последовательности);

                                      -  познакомить учащихся с понятием

                                         «арифметическая прогрессия», со

                                         свойствами арифметической прогрессии,

                                         способами задания арифметической

                                         прогрессии; вместе с учащимися вывести

                                         формулу n-го члена арифметической

                                         прогрессии;

                                      -  формирование умений учащихся по

                                         изучаемой теме на уровне знания и

                                         понимания (уметь ответить на вопрос: какая

                                         последовательность называется

                                         арифметической прогрессией, приводить

                                         примеры, уметь находить члены

                                         прогрессии);

  *развивающие:*               развитие познавательного интереса, умений

                                         собраться на уроке, организоваться для

                                         восприятия, понимания и ответа,

                                         формирования логического мышления;

  *воспитывающие:*         воспитание настойчивости, воли, характера

                                         учащихся для достижения конечного

                                         результата, терпеливой работы,

                                         выдерживания временного бюджета, а

                                         значит, научить работать быстро;

                                         формирование культуры речи, умений давать

                                         полные, математически грамотные ответы.

 **Структура урока:**

        Этап 1. Вступительное слово учителя, постановка целей,

                     объявление тематики урока                                    -   3мин.

       Этап 2. Построение опорных знаний                                   - 10мин.

       Этап 3. Изложение нового материала                                  -   8мин.

       Этап 4. Выполнение теста «Как  понял ты новый              -   5мин.

                    материал»

       Этап 5. Решение задач по новой теме                                   - 16мин.

       Этап 6. Обобщение изученного, задание на дом.                -   3мин.

 **Методы и приёмы преподавания:**

         - фронтальная беседа;

         - сообщение;

         - тестирование;

         - экспресс-опрос;

         - упражнения - демонстрация;

         - математический диктант.

**План – конспект урока.**

                                                 Ход урока.

***Этап*** ***1.  Вступительное слово учителя*** (сообщение)

                   (нацеливание учащихся – мотивация).

Слайд 1 (фон)

Ребята, предыдущие два урока алгебры были посвящены теме «Последовательности». Из всех числовых последовательностей особо выделяют две. Их назвали прогрессиями. В силу своих особенностей, или закономерностей, одну прогрессию назвали арифметической, другую – геометрической.

Слово «прогрессия» (с латинского) буквально означает «движение вперёд» (как и слово «прогресс»).

Слайд 2.  Задачи на обе прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах». Архимед знал, что такое геометрическая прогрессия и умел вычислять сумму любого числа его членов. В «Книге Абака»  Леонардо Пизанского (Фибоначчи» (1202г) дано правило нахождения суммы членов арифметической прогрессии. В папирусе Райнса предлагается задача: «У семи лиц по семь кошек, каждая кошка съедает по семь мышей, каждая мышь съедает по семь колосков ячменя, из колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?»

Подобные задачи встречаются на олимпиадах, в учебниках, в разделе «Задачи повышенной трудности», их решают на занятиях кружка или факультатива, на «Кенгуру».

Мы сегодня приступаем к изучению этих прогрессий. И начинается это знакомство с арифметической прогрессии.

Тема урока сегодня такая:

Слайд 3.        «Арифметическая прогрессия. Формула n-го члена

                      арифметической прогрессии. Применение изучаемой

                      темы к решению текстовых и геометрических задач в

                      формате ЕГЭ».

А наши задачи на сегодняшнем уроке:

Слайд 4.

                                    - повторить и закрепить изученное;

                                    - подготовиться к ЕГЭ в ходе решения задач;

                                    - продолжить отработку вычислительных

                                      навыков;

                                    - научиться решать задачи по новой теме.

***Этап 2.   Построение опорных знаний.***

            Учитель:

                  Проверяем, как усвоена вами тема предыдущего урока

                                         (экспресс-опрос).

Слайд 5.

                     а) Устная работа (вставьте определяющие слова):

          1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ ряд чисел называют последовательностью.

                                                                         (упорядоченный)

          2. Последовательность можно задать формулой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

              или \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ формулой.

                                                    (n-го члена, рекуррентной)

          3. Общий вид последовательности \_\_\_\_\_\_ .

                     *а - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , n -* \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ , поэтому *n*-

              натуральное число.

                                             ( *аn,*  член последовательности, его

                                              порядковый номер, или номер места)

          4. Назови в последовательности *а1, а2, а3,…, аn*

              седьмой, двенадцатый, катый, предпоследний члены

              последовательности.

                                                     (*а7,  а12,  ак,  аn-1 ).*

Слайд 6.

                   б) Математический диктант (два варианта, листочки, уже

                       подписанные, на парте).

          1. Дана последовательность  *а1, а2, а3,…, аn,…*

                  - запиши три члена последовательности, предшествующие

                             *а9,   а к                                                                                             а19,   аm*

                  - запиши три последующих члена для

                            *а23, аm+3                                                                                     а41, ак+7   .*

          2. Последовательность можно задать формулой n-го члена или

              рекуррентной. Запиши, какая из этих  формул задаёт следующие

              последовательности:

                     *аn =3n² + 1,                                        bn+1 = bn – 5 , n≥2*

*аn = аn-1 + 4 , n≥2                                сn = n (3n-1)*

          3. Последовательность задана формулой n-го члена:

*аn = 5n - 4                                 аn = 3(n +1).*

              Запиши*:    а1,  а20,  ак,  аm+2.*

          4\*Дана последовательность *аn = n² - 3n + 7.*

              Принадлежит ли этой последовательности число 7?

              Если да, то какое место в ней оно занимает?

                 (листочки передаются учителю)

 Учитель: Ребята, давайте составим конечную

                 последовательность чисел следующим образом:

      - первые три места в этой последовательности (в порядке

        возрастания) занимают корни уравнения

Слайд 7.                                                     х³ - 15х² + 66х – 80=0.

 Применим метод понижения степени.

 Целые корни этого уравнения находятся

 среди делителей свободного члена:

 1,-1,2,-2,4,-4,…

 Устной подстановкой убеждаемся, что 1и-1

 не удовлетворяют уравнению.

 х=2-корень уравнения, а значит, многочлен                                                              х³ - 15х² + 66х – 80 делится на двучлен х-2 нацело.                                        Деление выполним по схеме Горнера:

                                                                             1    -15    66     -80

                                                                       2    1    -13    40     0=R

                                                                              -----------------                                коэффициенты нового многочлена,

степень, которого на единицу меньше:

                                                                               х² - 13х + 40 .                                А уравнение х² - 13х + 40 = 0 имеет

два корня: 5 и 8.                                                                                                           Итак, 2; 5; 8 – корни заданного уравнения, а значит, первые три  члена последовательности;

        - четвёртое и пятое места в последовательности занимают

          координаты вершины параболы                                у = (х-11)² + 14.

 Это частный случай квадратичной функции,

 график – парабола, вершина которой в точке                            (11;14);

        -  и следующие два места в последовательности занимает положительная пара чисел, которая является решением системы уравнений

       ( решение ведётся на доске учителем при поддержке учащихся).                                                             Воспользуемся подстановкой у=2х-14.

                           (17;20) – положительное решение системы.

      Учитель: в результате выполнения заданий получили

                      последовательность чисел:

 Слайд 8.                                                                       *2; 5; 8; 11; 14; 17; 20.*

                      - Если вы заметили закономерность для членов этой

                        последовательности, - назовите.

                               (каждый следующий на три больше предыдущего)

                      - Как и любую последовательность, эту можно задать

                        как формулой n-го члена, так и рекуррентной. Задайте.

                                                                          1. рекуррентный способ:

                                                                               *а1 = 2 и  аn+1 = аn + 3;*

                                                                           2. формулой n-го члена:

                                                                                     *аn = 3n  - 1.*

      Такая последовательность, в которой               *а2 = а1 +3,*

*а3 = а2 + 3,*

*а4 = а3 +3* и т.д.

      получила особое название-

*арифметическая прогрессия.*

***Этап 3.  Изложение нового материала.***

Слайд 9                       .

Определение: арифметической прогрессией называется  числовая последовательность, первый член  которой равен а1 , а каждый следующий,  начиная со второго, равен предыдущему,**сложенному** с некоторым постоянным числом *d:   аn = аn-1* + *d* , n = 2; 3; 4;…

При этом постоянное число                                                                    *d* = *аn - аn-1*называется **разностью** прогрессии.

Слайд 10.                                  Примеры:  1) 3; 8; 13; 18;…*а1=3, аn+1 = аn + 5,*

                                                                                                       т.е. *d* = 5;

                                                                 2) 17; 14; 11; 8; 5;…           *а1=17*, *d* = -3;

                                                              3) 8; 8; 8;…                    *а1 = 8,  аn+1 = аn + 0,*

                                                                                                               т.е. *d* = 0.

             Арифметическая прогрессия является возрастающей, если

             *d* > 0 и убывающей, если *d* < 0. Если же *d* = 0 , то прогрессия

             является постоянной последовательностью.

Слайд 11.             Обозначают арифметическую прогрессию так:

                                   (аn ) – арифметическая прогрессия     или

                                    *а1, а2, а3,…, аn,…* - арифметическая прогрессия.

                              Если эту прогрессию оборвать на к-том члене, то получим

                              конечную арифметическую прогрессию  *а1, а2, а3,…, ак.*

Чтобы задать арифметическую прогрессию. Достаточно указать её первый член и разность. Остальные члены арифметической прогрессии можно вычислить по рекуррентной формуле *аn+1 = аn+d*.

Таким способом нетрудно вычислить несколько первых членов прогрессии, но, например, для  а145  уже потребуется много вычислений. Рекуррентное задание последовательности удобно для ЭВМ, можно легко запрограммировать процесс нахождения  *аn.*  При ручном способе, для нахождения члена прогрессии с большим номером этот способ задания неудобен. Существует способ, требующий гораздо меньших вычислений:

это формула n-го члена.

Получим её вместе:

Слайд 12*.                                                                    а1      и       d,*

*а2 = а1  +   d,*

*а3 = а2 + d = а1  +  2 d,*

*а4 = а3 + d = а1 +3 d,*

*------------------------*

*------------------------*

*а15 = а1 + ? d,*

*------------------------*

*а37 = а1 + ? d,*

*------------------------*

*------------------------*

***аn  = а1 + (n – 1) d.***

     Мы применили метод индукции: от частных примеров мы пришли к общему выводу, получили формулу n-го члена арифметической прогрессии.

      Отметим некоторые свойства арифметической прогрессии.

      Пусть (аn) – арифметическая прогрессия, тогда:

Слайд 13.                                             1.    *аn  = (аn-1 + аn+1) : 2,*

                                                                                  где n = 2; 3; 4;…

                                                             2.    У конечной  арифметической

                                                                    прогрессии сумма  членов,

                                                                    равноотстоящих от первого и

                                                                    последнего, постоянна и

                                                                    равна сумме крайних членов.

Если известны любые два рядом стоящих                                                           члена арифметической прогрессии *аm* и *аm+1*, то   3.   *d = аm+1 – аm*.

Но *d* можно найти, если известны любые                                                                    два члена арифметической прогрессии *аm* и *ак  :  d =  (аm  - ак) : (m – к)* .

***Этап 4.  Тест «Как понял ты новый материал»***(полуустно)

Слайд 14.

             1. Какой член прогрессии     *а1, а2, а3,…, аn,…*

                          а) следует за членом  *а199 ; а300; аn; а2n+1;. .*

                          б) предшествует члену  *а63; а100; аn-1 ;  аn+3;*

                                              в) расположен между членами         *аn* и     *аn+4 .*

            2. Последовательность задана формулой n- го члена *аn = 2n+1.*

                Указать первый, третий, пятый,  (n+1) члены этой

                последовательности.

Слайд 15.

                     3. Последовательность задана рекуррентной формулой

*аn+1 = .2аn +2*. Выписать первые четыре члена этой

               последовательности, если известно, что *а1 =2.*

           4. Выписать первые пять членов арифметической прогрессии

               (*аn*), если *а1 =2, d = 5.*

           5. Укажи последовательности, которые являются

               арифметическими прогрессиями:

                        а) 2; 4; 8; 16;…

                        б) 2; 4; 6; 8; …

                        в) последовательность, заданная формулой

*аn+1 = .аn + 5, а1 =0;*

                        г) последовательность, заданная формулой

                                            *аn = 2n+1 ;*

                        д) последовательность, заданная формулой *аn =2n².*

***Этап 5.  Решение задач по новой теме.***

   (У каждого ученика на парте лист с текстами задач)

        А теперь предлагаю вам упражнения по новой теме в формате ЕГЭ. Какие-то из них решаются устно, а некоторые – письменно.

       1)  А15. Арифметическая прогрессия задана условиями:

                   *а1 = -1, аn+1  = аn + 4.*

                   Какое из указанных чисел является членом этой

                   прогрессии?

                           1) 5         2) 6          3) 7            4) 12.

       2)   А13. Дана арифметическая прогрессия   -7; -2; 3; *а*; 13.

                     Какое из указанных чисел встанет вместо *а* ?

                           1) 5         2) 8           3) 11         4) -5.

       3)   А14.  Можно ли из чисел 14; 25; 36; 47; 58 выбрать три и

                     составить из них арифметическую прогрессию?

                     Если да, то напиши её.

                          Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

        4)   А14. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го

                      члена

                      *аn = 3(n – 8).* Укажи её разность *d.*

                           1) 8          2) 2           3) 3           4) 9

         5)   В7.  Планируя выпуск нового электронного прибора,

                       экономисты предприятия определили, что в первый

                       месяц (а это февраль)  может быть изготовлено 200

                       приборов; далее предполагалось увеличивать

                       ежемесячно на 20 изделий.  Сколько приборов

                       изготовит предприятие  в 3 квартале?

          6)  А14. Арифметическая прогрессия задана формулой n-го

                       члена: *аn = 15 +4n.* Принадлежит ли этой прогрессии

                       число 75?  Если да, то какое место в ней оно занимает?

                          Ответ: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

          7)  А13. Сумма второго и третьего членов арифметической

                       прогрессии равна 16, а разность прогрессии равна 4.

                       Найдите первый член прогрессии.

          8)  А14.  Углы треугольника образуют арифметическую

                       прогрессию. Тупой угол равен 100º.

                       Найдите все углы треугольника.

          9)  А13. В арифметической прогрессии сумма второго и

                      третьего членов равна  – 3, шестой член равен 9, а *n*-ый

                      член равен 30. Найдите *n.*

       Решения.

 1) Ответ:  третий верный.

 2) Ответ: второй верный. Найди d, а затем *а.*

 3) Ответ: Можно, 14; 36; 58.   *d* = 22.

 4) Ответ: третий верный;  *а1 =* 3(-7) = -21; *а2* = 3(-6) = -18;

                 *d* = *а2 – а1* = -18 – (-21) = 3.

 5) Ответ: 3 квартал – это месяцы: июль, август, сентябрь.

*а1* = 200, *d*= 20, *n*= 6(июль).

                 В июле будет выпущено  *а6 = а1* +*5d, а6* = 200 + 100 =

                 = 300(дет.), тогда в августе – 320 дет., в сентябре – 340 дет.

                 За три месяца, т.е. в 3 квартале, будет выпущено 300 +

                 + 320 + 340 = 960(деталей).

 6) Ответ: принадлежит, т.к. 15 + 4*n* = 75, 4*n* = 60, *n* = 15.

                 75 стоит в прогрессии на 15 месте.

 7) Ответ: 2, т.к. *а2 + а3* = 16, *а1 + d + а1* + 2*d* = 16, 2*а*1 + 3*d* = 16*, а1* = 2.

 8) Ответ: 20º, 60º, 100º.

Пусть углы треугольника: *а1; а2; а3* , в порядке возрастания их градусной меры. Поскольку тупой угол в треугольнике может быть только один, то он наибольший, т.е. а3 =100º, при этом  *а2 = а3 – d, а1 = а2 - d = а3* - 2*d*, где *d*– разность прогрессии.

Сумма углов треугольника 180º, следовательно *а1 + а2 + а3* = 180º,

100º - 2*d* + 100º - *d +* 100º = 180º, 300º - 3*d* = 180º, 3*d* = 120º,

*d* = 40º.   Тогда *а1* = 100º - 80º = 20º,  *а2*= 100º - 40º = 60º.

 9)  Ответ: 13.

      Действительно,  *а2 + а3* = -3*,  а1 + d + а1* + 2*d* = -3,  2*а1* + 3*d* = -3(1).

      Но *а6*= 9, *а1* + 5*d* = 9, отсюда *а1* = 9 - 5 *d*. Подставляя в уравнение

      (1), получаем  *d*= 3, тогда  *а1*= -6.

                         *аn = а1 + (n-1)d*,  30 = -6 + 3(*n-*1), *n*-1 = 12, *n* = 13.

***Этап 6.   Обобщение изученного, задание на дом.***

      Учитель.  Что же сегодня мы узнали? – Посмотрите на таблицу, в ней отображено всё:

Слайд 16.

|  |  |
| --- | --- |
|  | *АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  ПРОГРЕССИЯ* |
| Определение | числовая последовательность, первый член                которой равен *а1* , а каждый следующий, начиная       со второго, равен предыдущему, сложенному с некоторым постоянным числом *d*.   |
| Рекуррентная формула |   *а1,      аn+1  = аn   +  d* |
|  Формула     n-го члена | *аn  = а1 + (n – 1) d* |
| Свойства | 1*.   d = аn+1  -  аn*2.   *d =  (аm  - ак) : (m – к)*3*.   аn  = (аn-1 + аn+1) : 2,   где n* = 2; 3; 4;…4*.   а1, а2, а3,а4,…,аn-3,аn-2,аn-1,аn.**а2+аn-1=а3+аn-2=а4+аn-3=…= а1+аn.* |

Слайд 17. (фон)

   (Записано на доске)

       Дома: учебник Ю.Н.Макарычев, п.16 стр.83,

                                                               стр.229 (историческая справка),

                                                               №№ 343-348, 352-353.

                                                          П: №365 и многочлен

                                             х³ - 2х² - 5х + 6 – разложить на

                                                               простые   множители.